



*INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO*

---

***UD I - ÁLGEBRA BOOLEANA***  
***OPERADORES/TABELA-VERDADE***

# UD I - ÁLGEBRA BOOLEANA

## OPERADORES



### ELEMENTOS DE COMPETÊNCIA

- Empregar recursos para operar em ambientes humanizados, integrando as dimensões física, humana e informacional deste ambiente operacional.
- Tomar decisões e conduzir ações, em situações de crise.

# UD I - ÁLGEBRA BOOLEANA

## OPERADORES



### OBJETIVOS

1. Descrever operadores e suas características. (FACTUAL)
2. Construir uma tabela verdade.  
(CONCEITUAL/PROCEDIMENTAL)
3. Descrever as leis, propriedades e teoremas de álgebra booleana. (FACTUAL/CONCEITUAL)
4. Fazer atividades de simplificação de expressões booleanas.  
(PROCEDIMENTAL)

# UD I - ÁLGEBRA BOOLEANA

## OPERADORES



### ATITUDES

1. Organização: capacidade de desenvolver atividades de forma sistemática e eficiente.
2. Dedicação: agir, realizando espontaneamente, com empenho e entusiasmo, as atividades necessárias ao cumprimento da missão.
3. Responsabilidade: capacidade de cumprir suas atribuições assumindo e enfrentando as consequências de suas atitudes e decisões.

## □ O QUE É ÁLGEBRA BOOLEANA?

- Formalismo matemático para tratamento de sistemas binários.
- Variáveis assumem apenas dois estados: Verdadeiro (V) ou Falso (F).
- Histórico: introduzida por George Boole (1847) e adotada como base da computação moderna quase um século depois.

## □ A APLICAÇÃO NA COMPUTAÇÃO

- Computadores operam via sinais elétricos em circuitos eletrônicos.
- Abstração do Hardware:
  - +5 Volts → Associado ao **V** → Representado por **1**.
  - 0 Volts → Associado ao **F** → Representado por **0**.

## DO CIRCUITO À LÓGICA

- Hardware: circuitos são implementados por Portas Lógicas (transistores).
- A Álgebra possibilita a simplificação dos circuitos, com um menor número de componentes, menor dimensão e custo reduzido.

## POR QUE ESTUDAR?

- Essencial para a Lógica de Programação.
- Pilares do estudo:
  - Compreensão dos operadores básicos.
  - Montagem de expressões lógicas e Tabelas-Verdade.
  - Otimização de recursos.

# OPERADORES LÓGICOS


Os operadores lógicos (ou operadores booleanos) representam as funções que são aplicadas sobre uma ou mais variáveis (cada variável recebe um valor lógico) resultando em uma respectiva saída ou resultado (um único valor lógico).

Serão estudados 3 operadores lógicos:

**E**

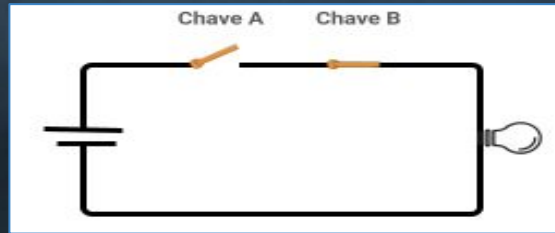
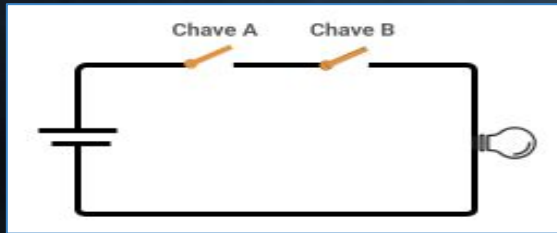
**OU**

**NÃO**

 *Existem outros operadores lógicos (OU exclusivo, NÃO-E, etc) que não serão abordados nesta disciplina.*

# OPERADOR E (AND)

- Realiza a operação denominada Multiplicação Lógica
- Combina os valores das variáveis de entrada para produzir uma única saída. O resultado (saída) é 1 somente quando todos os valores de entrada forem 1.
- Equivale a um circuito em série com duas chaves:



↑  
*Somente quando as duas chaves estiverem fechadas (valor 1) que haverá um sinal na saída (valor 1)*

# OPERADOR E (AND)

A função booleana, do resultado produzido pelo operador E aplicado em duas variáveis, é representada a seguir: **S = A . B**

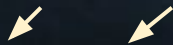


*Não omita o ponto como operador E.  
AB não será considerado como A.B*

Ou sobre mais de duas variáveis, como no exemplo:

$$\mathbf{S = A . B . C}$$

Operador binário (age sobre duas variáveis)



A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

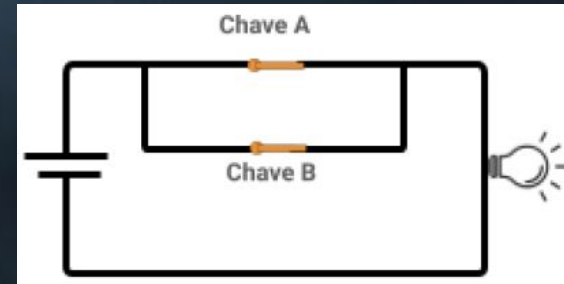
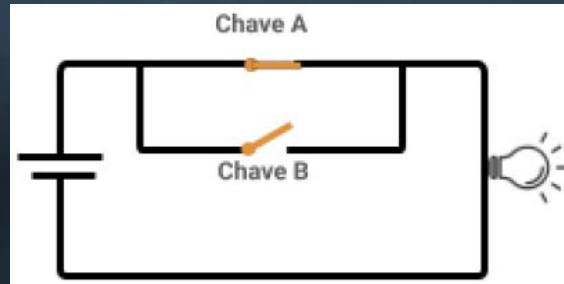
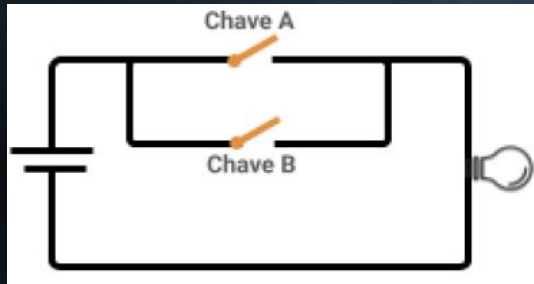


A tabela-verdade representa todas as possíveis combinações de valores das variáveis de entrada (A e B), indicando os respectivos resultados (S).

A saída será 1 apenas quando todas as variáveis de entrada forem iguais a 1.

# OPERADOR OU (OR)

- Realiza a operação denominada Adição Lógica
- Combina os valores das variáveis de entrada para produzir uma única saída. O resultado (saída) é 1 quando pelo menos um dos valores de entrada for 1.
- Equivale a um circuito em paralelo com duas chaves:



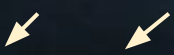
Quando pelo menos uma das duas chaves estiver fechada (valor 1) haverá um sinal na saída de valor 1 (luz acesa)

# OPERADOR OU (OR)

A função booleana, do resultado produzido pelo operador OU aplicado em duas variáveis, é representada a seguir: **S = A + B**


Ou sobre mais de duas variáveis, como no exemplo: **S = A + B + C**

Operador binário (age sobre duas variáveis)



A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

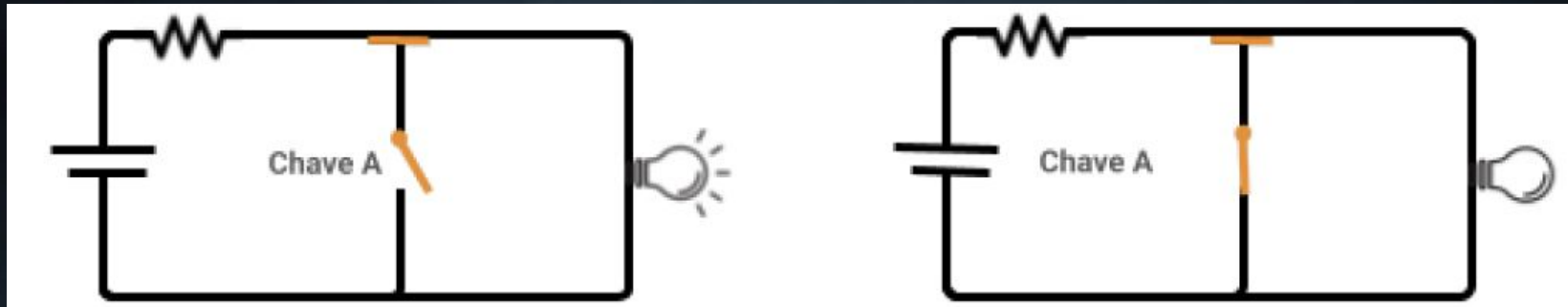
A tabela-verdade representa todas as possíveis combinações de valores das variáveis de entrada (A e B), indicando os respectivos resultados (S).



A saída será 0 apenas quando todas as variáveis de entrada forem iguais a 0. Nos demais casos resulta 1.

# OPERADOR NÃO (NOT)

- Realiza a operação denominada Complementação Lógica.
- Altera o valor da variável de entrada. O resultado (saída) é 1 quando a entrada for 0; O resultado (saída) é 0 quando a entrada for 1.
- Equivale a um circuito com uma chave. Quando a chave estiver aberta (valor 0), haverá um sinal na saída (valor 1). Quando a chave estiver fechada (valor 1), não haverá um sinal na saída (valor 0).



# OPERADOR NOT (NÃO)

A função booleana, do resultado produzido pelo operador NÃO aplicado em uma variável, é representada a seguir:

$$S = \bar{A}$$

É um operador unário, isto é, age sobre uma única variável.

A	S
0	1
1	0

A saída será 1 quando a entrada for 0.

A saída será 0 quando a entrada for 1.

# EXPRESSÃO LÓGICA

- Também chamada expressão booleana.
- É uma combinação de operandos (variáveis) e operadores lógicos (booleanos).
- Exemplos:

$$S = A \cdot B + C \cdot D$$

$$S = (A + B) \cdot C + \bar{A}$$

$$S = A + B \cdot \bar{C}$$

*Lê-se como "A ou B e não C"*



# PRECEDÊNCIA

- Indica a ordem de resolução da expressão lógica (quais operações devem ser realizadas primeiro).
- Pode-se utilizar parênteses para alterar a precedência, de forma que se deve começar a resolver as operações dentro dos parênteses mais internos. Não havendo parênteses, ou dentro de um mesmo nível de parênteses, primeiro se resolve a operação NÃO, seguido pela operação E, e por último a operação OU.

Ordem	S
1	Parênteses
2	NÃO
3	E
4	OU

# PRECEDÊNCIA

Exemplo:

$$S = A \cdot B + (D + E \cdot F \cdot G) + \bar{C}$$

$$S = A \cdot B + (D + S1) + \bar{C}$$

$$S = A \cdot B + S2 + \bar{C}$$

$$S = A \cdot B + S2 + S3$$

$$S = S4 + S2 + S3$$

$$S = S5$$

S1 a S5 indicam as etapas de resolução, seguindo a ordem de precedência. Havendo os valores lógicos (0 ou 1) definidos para cada uma das variáveis (A, B, C, D, E, F e G), basta substituir esses valores em cada variável, aplicar as operações conforme a precedência, para se obter o valor da saída S (0 ou 1).

Por fim, pode-se haver uma expressão como:

$$S = \overline{A + B}$$

Neste caso, deve-se resolver a operação OU primeiro. Havendo somente um valor resultante, aplica-se a operação de NEGAÇÃO sobre esse valor, uma vez que esse operador é unário.



*INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO*

---

***UD I - ÁLGEBRA BOOLEANA***  
***TABELA-VERDADE***

# UD I - ÁLGEBRA BOOLEANA

## TABELA VERDADE



### OBJETIVOS

1. Descrever operadores e suas características. (FACTUAL)
2. Construir uma tabela verdade. (CONCEITUAL/PROCEDIMENTAL)
3. Descrever as leis, propriedades e teoremas de álgebra booleana. (FACTUAL/CONCEITUAL)
4. Fazer atividades de simplificação de expressões booleanas. (PROCEDIMENTAL)

# TABELA-VERDADE

Utilizada para visualizar, de forma prática, todas as combinações de valores de variáveis de uma expressão lógica, e o valor do resultado (saída) para cada uma dessas combinações.

$L = 2^n$ ,  
onde  $n$  é a quantidade de variáveis.

$$L = 2^3 \Rightarrow L = 8$$

3 variáveis

Linha	A	B	C	S
1	0	0	0	S <sub>1</sub>
2	0	0	1	S <sub>2</sub>
3	0	1	0	S <sub>3</sub>
4	0	1	1	S <sub>4</sub>
5	1	0	0	S <sub>5</sub>
6	1	0	1	S <sub>6</sub>
7	1	1	0	S <sub>7</sub>
8	1	1	1	S <sub>8</sub>

# TABELA-VERDADE

Considerando a expressão:  $S = A + B \cdot (C + A) \cdot \bar{B}$

As primeiras colunas da esquerda, correspondem a cada uma das variáveis de entrada.

Cada coluna seguinte, corresponde a uma etapa da resolução da expressão (observando a precedência).

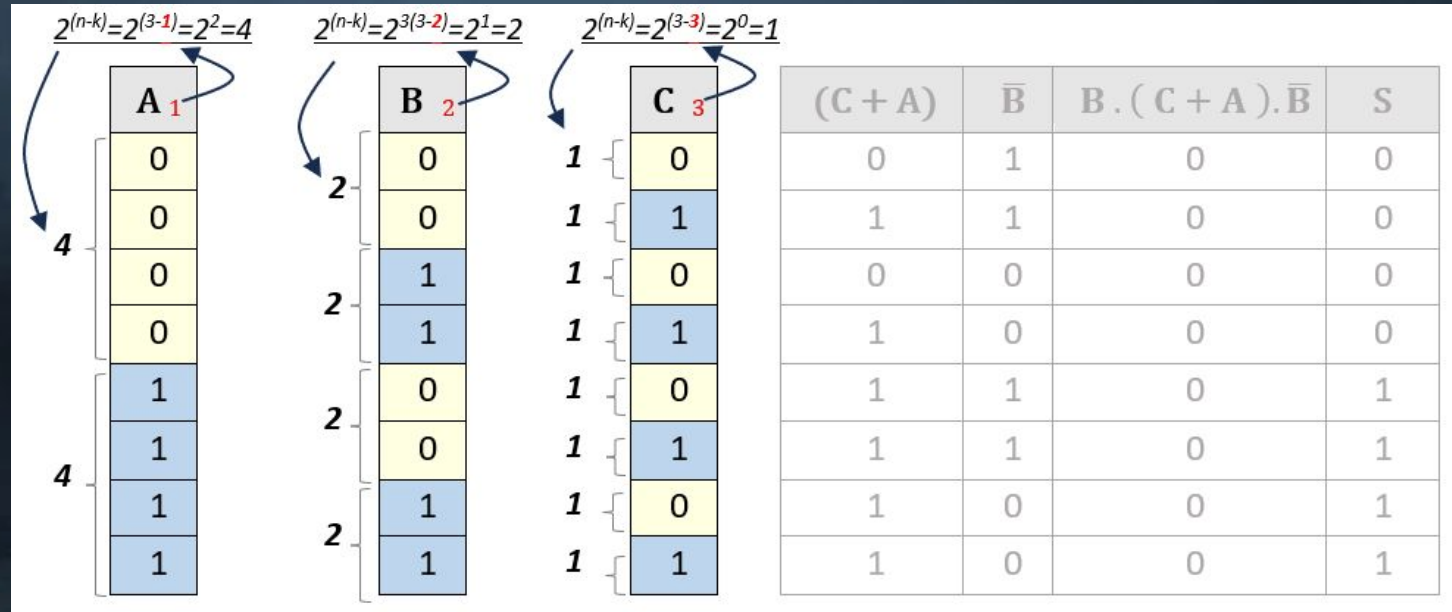
A	B	C	$(C + A)$	$\bar{B}$	$B \cdot (C + A) \cdot \bar{B}$	S
0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0	1

A última coluna indica o resultado final (saída), isto é, a expressão completa.

# TABELA-VERDADE

Observe o padrão de alternância de valores 0 e 1 nas colunas das variáveis de entrada da tabela-verdade. Para uma expressão com 'n' variáveis, a alternância de valores para a k-ésima coluna é dada por  $2^{(n-k)}$ .

Exemplo de uma TV/3 variáveis:





*INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO*

---

***UD I - ÁLGEBRA BOOLEANA***  
***PROPRIEDADES E TEOREMAS***

## PROPRIEDADES E TEOREMAS



### OBJETIVOS

1. Descrever operadores e suas características. (FACTUAL)
2. Construir uma tabela verdade.  
(CONCEITUAL/PROCEDIMENTAL)
3. Descrever as leis, propriedades e teoremas de álgebra booleana. (FACTUAL/CONCEITUAL)
4. Fazer atividades de simplificação de expressões booleanas.  
(PROCEDIMENTAL)

# POSTULADOS, PROPRIEDADES E TEOREMAS

Cap 1 / Pag. 9-10

A álgebra booleana apresenta postulados, a partir dos quais são definidas propriedades. Utilizados no processo de simplificação de expressões lógicas.

## POSTULADOS

Adição Lógica: 

$0 + 0 = 0$	$0 + 1 = 1$	$1 + 0 = 1$	$1 + 1 = 1$
-------------	-------------	-------------	-------------

Multiplicação Lógica: 

$0 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 0 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

Complemento: 

Se $A = 0$ então $\bar{A} = 1$	Se $A = 1$ então $\bar{A} = 0$
--------------------------------	--------------------------------

# POSTULADOS, PROPRIEDADES E TEOREMAS

Cap 1 / Pag. 9-10

## PROPRIEDADES

Propriedade	Complemento	Adição	Multiplicação
Identidade	$\overline{\overline{A}} = A$	$A + 0 = A$ $A + 1 = 1$ $A + A = A$ $A + \overline{A} = 1$	$A \cdot 0 = 0$ $A \cdot 1 = A$ $A \cdot A = A$ $A \cdot \overline{A} = 0$
Comutativa		$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$
Associativa		$A + (B + C) =$ $(A + B) + C =$ $A + B + C$	$A \cdot (B \cdot C) =$ $(A \cdot B) \cdot C =$ $A \cdot B \cdot C$
Distributiva		$A + (B \cdot C) =$ $(A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) =$ $A \cdot B + A \cdot C$

# POSTULADOS, PROPRIEDADES E TEOREMAS

Cap 1 / Pag. 9-10

## OUTRAS PROPRIEDADES

<b>Absorção</b>	$A + (A \cdot B) = A$ $A \cdot (A + B) = A$
<b>Identidade</b>	$A + \bar{A} \cdot B = A + B$
	$\bar{A} + A \cdot B = \bar{A} + B$

# POSTULADOS, PROPRIEDADES E TEOREMAS

Cap 1 / Pag. 9-10

**COMPREENDENDO A FORMA GERAL.** Tomando como exemplo a Identidade:

$$A + \bar{A}.B = A + B$$

ou

$$\bar{A} + A.B = \bar{A} + B$$

Esta forma está contida nestas expressões:

$$B + \bar{B}.A = B + A$$

$$(D.E) + \overline{(D.E)}.C = (D.E) + C$$

---

$$(C.D + B.A.E + \overline{B.A}) . D = (C.D + E + \overline{B.A}) . D$$

Fora da ordem

$$(C.D + \overline{B.A} + B.A.E) . D = (C.D + \overline{B.A} + E) . D$$

Na ordem / comutativa antes

# POSTULADOS, PROPRIEDADES E TEOREMAS

Cap. 1 / Pag. 9-10

## TEOREMA de DE MORGAN

*O complemento de um produto lógico equivale à soma das negações de cada variável.*

- Para duas variáveis:

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$$

Corrigir na apostila

- Para n variáveis:

$$\overline{A \cdot B \cdot C \cdot (\dots) \cdot Z} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + (\dots) + \bar{Z}$$

*O complemento de uma soma lógica equivale ao produto das negações de cada variável.*

- Para duas variáveis:

$$\overline{\bar{A} + \bar{B}} = A \cdot B$$

Corrigir na apostila

- Para n variáveis:

$$\overline{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + (\dots) + \bar{Z}} = A \cdot B \cdot C \cdot (\dots) \cdot Z$$



*INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO*

---

***UD I - ÁLGEBRA BOOLEANA***  
***SIMPLIFICAÇÃO DE EXPRESSÕES BOOLEANAS***

# UD I - ÁLGEBRA BOOLEANA

## SIMPLIFICAÇÃO DE EXPRESSÕES BOOLEANAS



### OBJETIVOS

1. Descrever operadores e suas características. (FACTUAL)
2. Construir uma tabela verdade. (CONCEITUAL/PROCEDIMENTAL)
3. Descrever as leis, propriedades e teoremas de álgebra booleana. (FACTUAL/CONCEITUAL)
4. Fazer atividades de simplificação de expressões booleanas. (PROCEDIMENTAL)



# FATORAÇÃO

São aplicados os postulados, propriedades e teoremas de forma a gerar uma expressão equivalente e simplificada. Exemplo 1:

$S = A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B}$	Aplicada esta propriedade
$S = A \cdot (B \cdot C + \bar{C} + \bar{B})$	Resulta em Distributiva da multiplicação
$S = A \cdot (\bar{B} + B \cdot C + \bar{C})$	Comutativa da Adição
$S = A \cdot (\bar{B} + C + \bar{C})$	Identidade
$S = A \cdot (\bar{B} + 1)$	Identidade da adição
$S = A \cdot (1)$	Identidade da adição
$S = A$	Identidade da multiplicação

# FATORAÇÃO

2º Exemplo

$$\begin{aligned} S &= \bar{C} \cdot (\bar{D} \cdot \bar{B} + B \cdot D) + D \cdot C && \text{Aplicada esta propriedade} \\ S &= \bar{C} \cdot (\bar{D} \cdot \bar{B} + D \cdot B) + D \cdot C && \leftarrow \text{Resulta em Comutativa da multiplicação} \\ S &= \bar{C} \cdot (1) + D \cdot C && \text{Identidade da adição} \\ S &= \bar{C} + D \cdot C && \text{Identidade da multiplicação} \\ S &= \bar{C} + D && \text{Identidade} \end{aligned}$$

Solução 1

Solução 2

$$\begin{aligned} S &= \bar{C} \cdot (\bar{D} \cdot \bar{B} + B \cdot D) + D \cdot C && \text{Aplicada esta propriedade} \\ S &= \bar{C} \cdot (\bar{D} + \bar{B} + D \cdot B) + D \cdot C && \leftarrow \text{Resulta em De Morgan} \\ S &= \bar{C} \cdot (\bar{D} + \bar{B} + D) + D \cdot C && \text{Identidade} \\ S &= \bar{C} \cdot (1 + \bar{B}) + D \cdot C && \text{Identidade da adição} \\ S &= \bar{C} \cdot (1) + D \cdot C && \text{Identidade da adição} \\ S &= \bar{C} + D \cdot C && \text{Identidade da multiplicação} \\ S &= \bar{C} + D && \text{Identidade} \end{aligned}$$

# FATORAÇÃO - Exercícios em aula



Exercícios em sala (solução no próximo slide):

- Identifique uma propriedade na expressão e a simplifique:
  - $(A+B).(A+B) + C$
  - $(C.D + B.A) + 1$
  - $C.D + B.A + 1$
  - $A.B + A.B.C$
  - $\overline{A.B} + A.B.C$
  - $A . (B + C)$
  - $D + B.D$
  - $D + D.B + D.C$

# FATORAÇÃO - Exercícios em aula



- Solução:

- $(A+B).(A+B) + C \rightarrow (A+B)+C$  *identidade da multiplicação*
- $(C.D + B.A) + 1 \rightarrow 1$  *identidade da adição*
- $C.D + B.A + 1 \rightarrow 1$  *identidade da adição*
- $A.B + A.B.C \rightarrow A.B$  *absorção*
- $\overline{A.B} + A.B.C \rightarrow \overline{A.B} + C$  *identidade*
- $A . (B + C) \rightarrow A.B + A.C$  *distributiva*
- $D + B.D \rightarrow D$  *absorção*
- $D + D.B + D.C \rightarrow D.(1+B+C)$  *distributiva*

# FATORAÇÃO - Exercícios em aula

$$A.B + A.(B + C) + B.(B + C)$$

$$A.B.C + A.\bar{C} + A.\bar{B}$$

$$(\overline{\bar{A}.B} + \overline{\bar{A} + B}).A$$

$$\overline{\overline{B.C.D}} + \bar{B}.E$$

# FATORAÇÃO - Exercícios em aula

$A.B + A.(B + C) + B.(B + C)$	
$A.B + A.B + A.C + B.(B + C)$	Distributiva da multiplicação
$A.B + A.B + A.C + B.B + B.C$	Distributiva da multiplicação
$A.B + A.B + A.C + B + B.C$	Identidade da multiplicação
$A.B + A.C + B + B.C$	Identidade da adição
$A.B + A.C + B$	Absorção
$B + A.C$	Absorção

# FATORAÇÃO - Exercícios em aula

$$A \cdot B + A \cdot (B + C) + B \cdot (B + C)$$

*“outra solução”*

$$A \cdot B + A \cdot B + A \cdot C + B \cdot (B + C)$$

Distributiva da multiplicação

$$A \cdot B + A \cdot B + A \cdot C + B \cdot B + B \cdot C$$

Distributiva da multiplicação

$$A \cdot B + A \cdot B + A \cdot C + B + B \cdot C$$

Identidade da multiplicação

$$B \cdot (A + A + 1 + C) + A \cdot C$$

Distributiva da multiplicação

$$B \cdot (1) + A \cdot C$$

Identidade da adição

$$B + A \cdot C$$

Identidade da multiplicação

# FATORAÇÃO - Exercícios em aula

$$A.B.C + A.\bar{C} + A.\bar{B}$$

$$A.(B.C + \bar{C} + \bar{B})$$

Distributiva da multiplicação

$$A.(\bar{C} + B.C + \bar{B})$$

Comutativa da adição

$$A.(\bar{C} + C.B + \bar{B})$$

Comutativa da multiplicação

$$A.(\bar{C} + B + \bar{B})$$

Identidade

$$A.(\bar{C} + 1)$$

Identidade da Adição

$$A.(1)$$

Identidade da Adição

$$A$$

Identidade da multiplicação

# FATORAÇÃO - Exercícios em aula

$$(\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} + \overline{A + B}) \cdot A$$

$$(\overline{\overline{A} + \overline{B}} + \overline{A + B}) \cdot A$$

$$(\overline{\overline{A} + \overline{B}} + \overline{A} \cdot \overline{B}) \cdot A$$

$$(A + \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{B}) \cdot A$$

$$(A + \overline{B} + \overline{B} \cdot \overline{A}) \cdot A$$

$$(A + \overline{B}) \cdot A$$

$$A$$

De Morgan

De Morgan

Identidade do Complemento

Comutativa da multiplicação

Absorção

Absorção

# FATORAÇÃO - Exercícios em aula

$$\overline{B.C.D} + \bar{B}.E$$

$$\bar{B} + \overline{C.D} + \bar{B}.E$$

De Morgan

$$\bar{B} + C.D + \bar{B}.E$$

Identidade do Complemento

$$\bar{B} + \bar{B}.E + C.D$$

Comutativa da Adição

$$\bar{B} + C.D$$

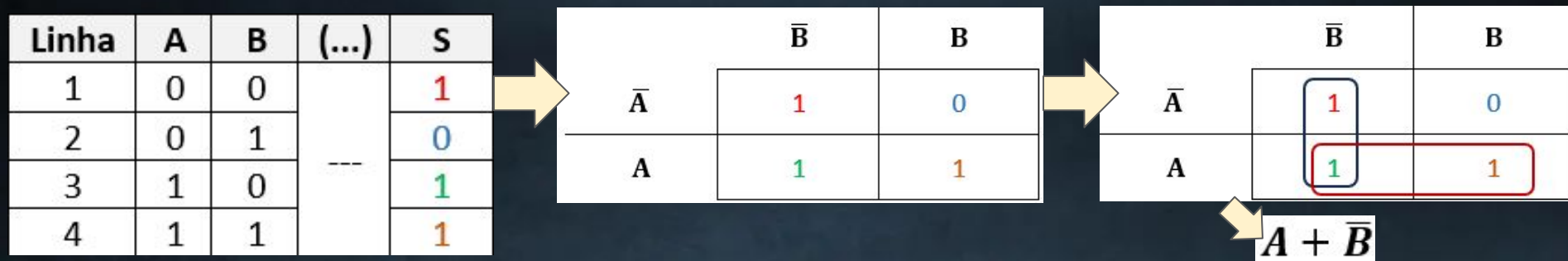
Absorção

# MAPA DE KARNAUGH (MK)

Desenvolvido por Edward W. Veitch, aperfeiçoado por Maurice Karnaugh, para simplificação de circuitos lógicos, essencial para a eletrônica.

Método baseado na identificação visual de agrupamentos de mintermos, por meio de tabelas denominadas mapas de Karnaugh.

O método usa um diagrama preenchido com os resultados (0 ou 1) da tabela-verdade. Para simplificar a expressão, deve-se reunir os números '1' em grupos de potências de dois (pares, quadras, oitavas, etc.). A soma dos termos correspondentes a esses grupos forma a equação final.



# MAPA DE KARNAUGH / 2 VARIÁVEIS

Considere uma expressão  $S$  com duas variáveis:  $A$  e  $B$ .

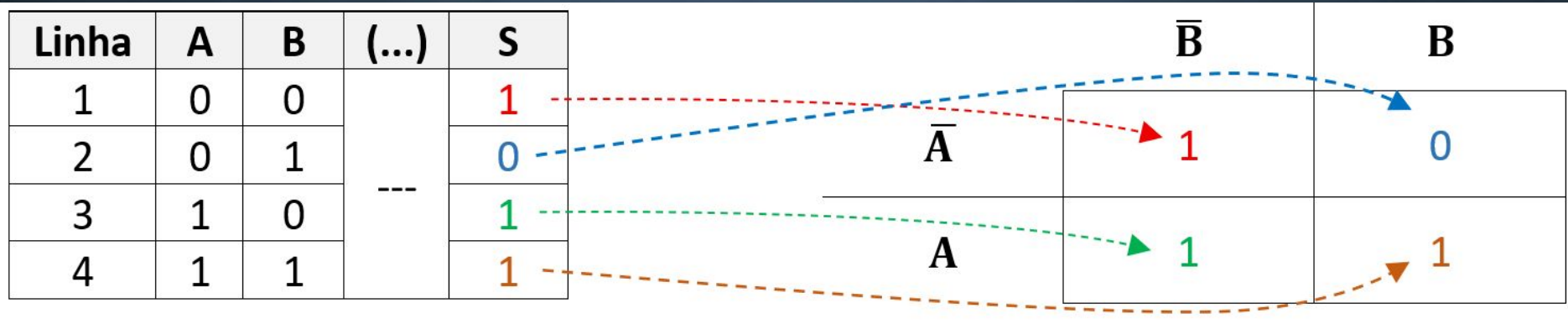
A tabela-verdade tem quatro linhas ( $2^2$ ), com as saídas representadas como valores genéricos  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  e  $S_4$ .

Linha	A	B	(...)	S
1	0	0	----	$S_1$
2	0	1		$S_2$
3	1	0		$S_3$
4	1	1		$S_4$

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	$\bar{A} \bar{B}$ $S_1$ Linha 1	$\bar{A} B$ $S_2$ Linha 2
A	$A \bar{B}$ $S_3$ Linha 3	$A B$ $S_4$ Linha 4

# MAPA DE KARNAUGH / 2 VARIÁVEIS

Primeiro passo: observar os valores dos resultados para cada linha da tabela-verdade (coluna "S"), e preencher adequadamente no mapa de Karnaugh.




	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	$\bar{A} \bar{B}$ $S_1$ Linha 1	$\bar{A} B$ $S_2$ Linha 2
A	$A \bar{B}$ $S_3$ Linha 3	$A B$ $S_4$ Linha 4


# MAPA DE KARNAUGH / 2 VARIÁVEIS

Segundo passo: agrupar as regiões onde  $S = 1$  na menor quantidade de PARES possíveis. Um par é uma região onde há dois valores 1 vizinhos (na horizontal ou vertical). Nesse caso, um mesmo valor 1 pode estar em mais de um par. É preferível formar pares do que deixar um valor 1 isolado. Valores isolados são possíveis, quando não houver valores 1 vizinhos na vertical ou horizontal.

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	1	0
A	1	1



	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	1	0
A	1	1



# MAPA DE KARNAUGH / 2 VARIÁVEIS

Terceiro passo: verificar a qual expressão de variáveis que corresponde a região demarcada, e realizar uma soma de todas essas expressões.

<table border="1"><thead><tr><th></th><th><math>\bar{B}</math></th><th>B</th></tr></thead><tbody><tr><th><math>\bar{A}</math></th><td></td><td></td></tr><tr><th>A</th><td>1</td><td>1</td></tr></tbody></table> <p>Variável A</p>		$\bar{B}$	B	$\bar{A}$			A	1	1	<table border="1"><thead><tr><th></th><th><math>\bar{B}</math></th><th>B</th></tr></thead><tbody><tr><th><math>\bar{A}</math></th><td></td><td>1</td></tr><tr><th>A</th><td></td><td>1</td></tr></tbody></table> <p>Variável <math>\bar{B}</math></p>		$\bar{B}$	B	$\bar{A}$		1	A		1	<table border="1"><thead><tr><th></th><th><math>\bar{B}</math></th><th>B</th></tr></thead><tbody><tr><th><math>\bar{A}</math></th><td>1</td><td>1</td></tr><tr><th>A</th><td></td><td></td></tr></tbody></table> <p>Variável <math>\bar{A}</math></p>		$\bar{B}$	B	$\bar{A}$	1	1	A			<table border="1"><thead><tr><th></th><th><math>\bar{B}</math></th><th>B</th></tr></thead><tbody><tr><th><math>\bar{A}</math></th><td>1</td><td></td></tr><tr><th>A</th><td>1</td><td></td></tr></tbody></table> <p>Variável <math>\bar{B}</math></p>		$\bar{B}$	B	$\bar{A}$	1		A	1	
	$\bar{B}$	B																																					
$\bar{A}$																																							
A	1	1																																					
	$\bar{B}$	B																																					
$\bar{A}$		1																																					
A		1																																					
	$\bar{B}$	B																																					
$\bar{A}$	1	1																																					
A																																							
	$\bar{B}$	B																																					
$\bar{A}$	1																																						
A	1																																						
<table border="1"><thead><tr><th></th><th><math>\bar{B}</math></th><th>B</th></tr></thead><tbody><tr><th><math>\bar{A}</math></th><td>1</td><td></td></tr><tr><th>A</th><td></td><td></td></tr></tbody></table> <p>Expressão <math>\bar{A} \cdot \bar{B}</math></p>		$\bar{B}$	B	$\bar{A}$	1		A			<table border="1"><thead><tr><th></th><th><math>\bar{B}</math></th><th>B</th></tr></thead><tbody><tr><th><math>\bar{A}</math></th><td></td><td>1</td></tr><tr><th>A</th><td></td><td></td></tr></tbody></table> <p>Expressão <math>\bar{A} \cdot B</math></p>		$\bar{B}$	B	$\bar{A}$		1	A			<table border="1"><thead><tr><th></th><th><math>\bar{B}</math></th><th>B</th></tr></thead><tbody><tr><th><math>\bar{A}</math></th><td></td><td></td></tr><tr><th>A</th><td>1</td><td></td></tr></tbody></table> <p>Expressão <math>A \cdot \bar{B}</math></p>		$\bar{B}$	B	$\bar{A}$			A	1		<table border="1"><thead><tr><th></th><th><math>\bar{B}</math></th><th>B</th></tr></thead><tbody><tr><th><math>\bar{A}</math></th><td></td><td></td></tr><tr><th>A</th><td></td><td>1</td></tr></tbody></table> <p>Expressão <math>A \cdot B</math></p>		$\bar{B}$	B	$\bar{A}$			A		1
	$\bar{B}$	B																																					
$\bar{A}$	1																																						
A																																							
	$\bar{B}$	B																																					
$\bar{A}$		1																																					
A																																							
	$\bar{B}$	B																																					
$\bar{A}$																																							
A	1																																						
	$\bar{B}$	B																																					
$\bar{A}$																																							
A		1																																					

Portanto, a expressão simplificada é:

$$A + \bar{B}$$

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	1	0
A	1	1

# MAPA DE KARNAUGH / 3 VARIÁVEIS

Considere uma expressão S com três variáveis: A, B e C.

A tabela-verdade tem oito linhas ( $2^3$ ), com as saídas representadas como valores genéricos S1 até S8. À direita o MK correspondente.

Linha	A	B	C	S
1	0	0	0	S <sub>1</sub>
2	0	0	1	S <sub>2</sub>
3	0	1	0	S <sub>3</sub>
4	0	1	1	S <sub>4</sub>
5	1	0	0	S <sub>5</sub>
6	1	0	1	S <sub>6</sub>
7	1	1	0	S <sub>7</sub>
8	1	1	1	S <sub>8</sub>

	$\bar{B}$		B	
$\bar{A}$	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ S <sub>1</sub> Linha 1	$\bar{A}\bar{B}C$ S <sub>2</sub> Linha 2	$\bar{A}BC$ S <sub>4</sub> Linha 4	$\bar{A}B\bar{C}$ S <sub>3</sub> Linha 3
A	$A\bar{B}\bar{C}$ S <sub>5</sub> Linha 5	$A\bar{B}C$ S <sub>6</sub> Linha 6	$ABC$ S <sub>8</sub> Linha 8	$AB\bar{C}$ S <sub>7</sub> Linha 7
	$\bar{C}$	C	$\bar{C}$	$\bar{C}$

Observe que a distribuição dos valores de saída tem um comportamento anômalo, de S3 para S4; e de S7 para S8.

# MAPA DE KARNAUGH / 3 VARIÁVEIS

Primeiro passo: observar os valores dos resultados para cada linha da tabela-verdade (coluna "S"), e preencher adequadamente no mapa de Karnaugh.

Linha	A	B	C	S
1	0	0	0	0
2	0	0	1	1
3	0	1	0	0
4	0	1	1	1
5	1	0	0	1
6	1	0	1	1
7	1	1	0	0
8	1	1	1	1



	$\bar{B}$	B	
$\bar{A}$	0	1	1
A	1	1	1
	$\bar{C}$	C	$\bar{C}$

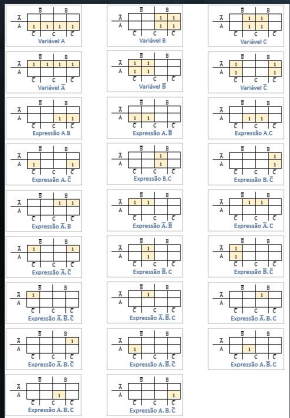
# MAPA DE KARNAUGH / 3 VARIÁVEIS

Segundo passo: agrupar as regiões onde  $S = 1$  na menor quantidade de QUADRAS possíveis. Uma quadra é uma região onde há quatro valores 1 vizinhos (na horizontal ou vertical, ou dispostos em uma região em formato de quadrado). Não sendo possível agrupar em quadras, agrupa-se um valor 1 em par. E em último caso, deixa-se um valor 1 isolado.

As possibilidades de agrupamento estão dispostas na figura 15 da apostila.

Atenção para a quadra e pares que estão “quebrados”, dispostos em áreas distintas no mapa.

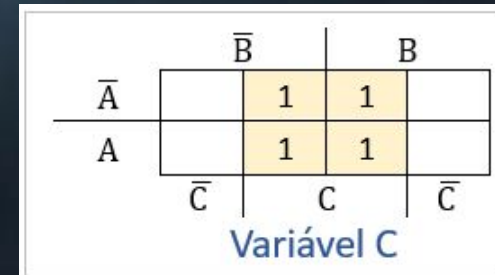
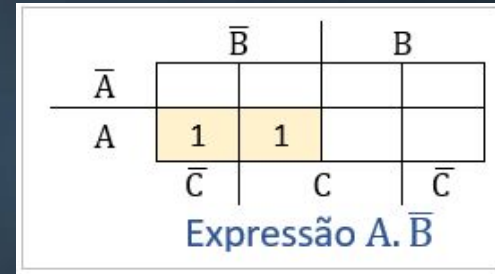
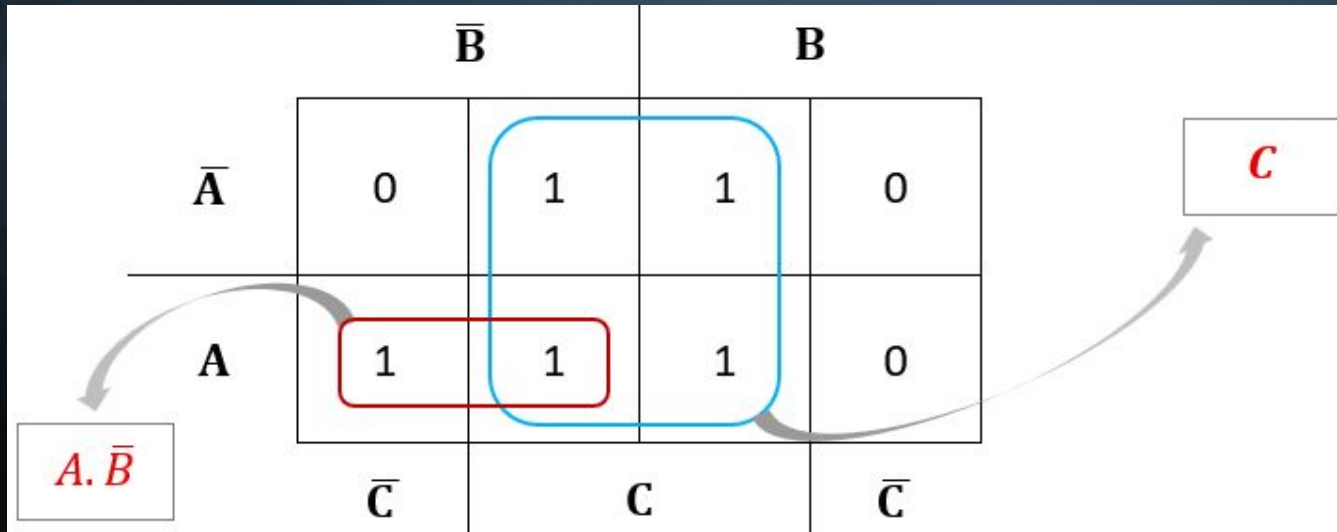
Sempre busque distinguir claramente os grupamentos.



	$\bar{B}$	$B$		
$\bar{A}$	0	1	1	0
$A$	1	1	1	0
	$\bar{C}$	$C$		$\bar{C}$

# MAPA DE KARNAUGH / 3 VARIÁVEIS

Terceiro passo: verificar a qual expressão de variáveis que corresponde a região demarcada, e realizar uma soma de todas essas expressões.



Portanto, a expressão simplificada é:

$$S = C + A \cdot \bar{B}$$

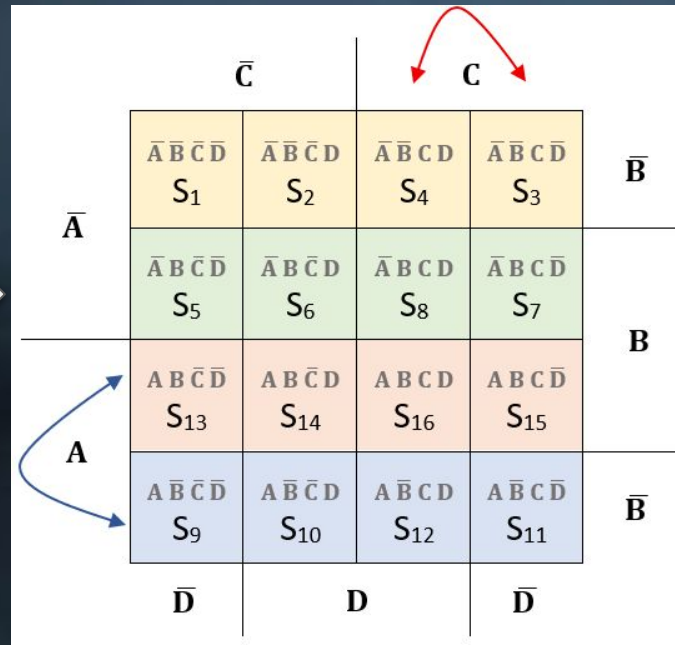
← Corrija sua apostila

# MAPA DE KARNAUGH / 4 VARIÁVEIS

Considere uma expressão S com quatro variáveis: A, B, C e D.

A tabela-verdade tem dezesseis linhas ( $2^4$ ), com as saídas representadas como valores genéricos S1 até S16. À direita o MK correspondente.

Linha	A	B	C	D	S
1	0	0	0	0	S <sub>1</sub>
2	0	0	0	1	S <sub>2</sub>
3	0	0	1	0	S <sub>3</sub>
4	0	0	1	1	S <sub>4</sub>
5	0	1	0	0	S <sub>5</sub>
6	0	1	0	1	S <sub>6</sub>
7	0	1	1	0	S <sub>7</sub>
8	0	1	1	1	S <sub>8</sub>
9	1	0	0	0	S <sub>9</sub>
10	1	0	0	1	S <sub>10</sub>
11	1	0	1	0	S <sub>11</sub>
12	1	0	1	1	S <sub>12</sub>
13	1	1	0	0	S <sub>13</sub>
14	1	1	0	1	S <sub>14</sub>
15	1	1	1	0	S <sub>15</sub>
16	1	1	1	1	S <sub>16</sub>



Observe que existem áreas desdobradas, caso do  $\bar{D}$  e do  $\bar{B}$ . Isso impactará nas possibilidades de agrupamento. Veja a figura 18 na apostila

Observe, também, que há uma alteração da 3<sup>a</sup> para a quarta colunas (seta vermelha) e da 3<sup>a</sup> para a 4<sup>a</sup> linhas (seta azul), na distribuição dos valores de S no MK de 4 variáveis.

# MAPA DE KARNAUGH / 4 VARIÁVEIS

Primeiro passo: observar os valores dos resultados para cada linha da tabela-verdade (coluna "S"), e preencher adequadamente no MK.

Linha	A	B	C	D	S
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	1
3	0	0	1	0	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	0	0	0
6	0	1	0	1	0
7	0	1	1	0	0
8	0	1	1	1	1
9	1	0	0	0	1
10	1	0	0	1	1
11	1	0	1	0	0
12	1	0	1	1	0
13	1	1	0	0	0
14	1	1	0	1	0
15	1	1	1	0	1
16	1	1	1	1	0



	$\bar{C}$	$C$	
$\bar{A}$	1	1	$\bar{B}$
$A$	0	0	$B$
	$\bar{D}$	$D$	$\bar{D}$

# MAPA DE KARNAUGH / 4 VARIÁVEIS

Segundo passo: agrupar as regiões onde  $S = 1$  na menor quantidade de OITAVAS possíveis (dispostos em uma região de  $2 \times 4$  ou  $4 \times 2$  casas). Não sendo possível, agrupa-se em quadras ( $2 \times 2$ ,  $1 \times 4$  ou  $4 \times 1$ ). E, depois, agrupa-se em um par ( $2 \times 1$  ou  $1 \times 2$ ). Em último caso, deixa-se um valor 1 isolado.

As possibilidades de agrupamento estão dispostas no encarte da apostila.

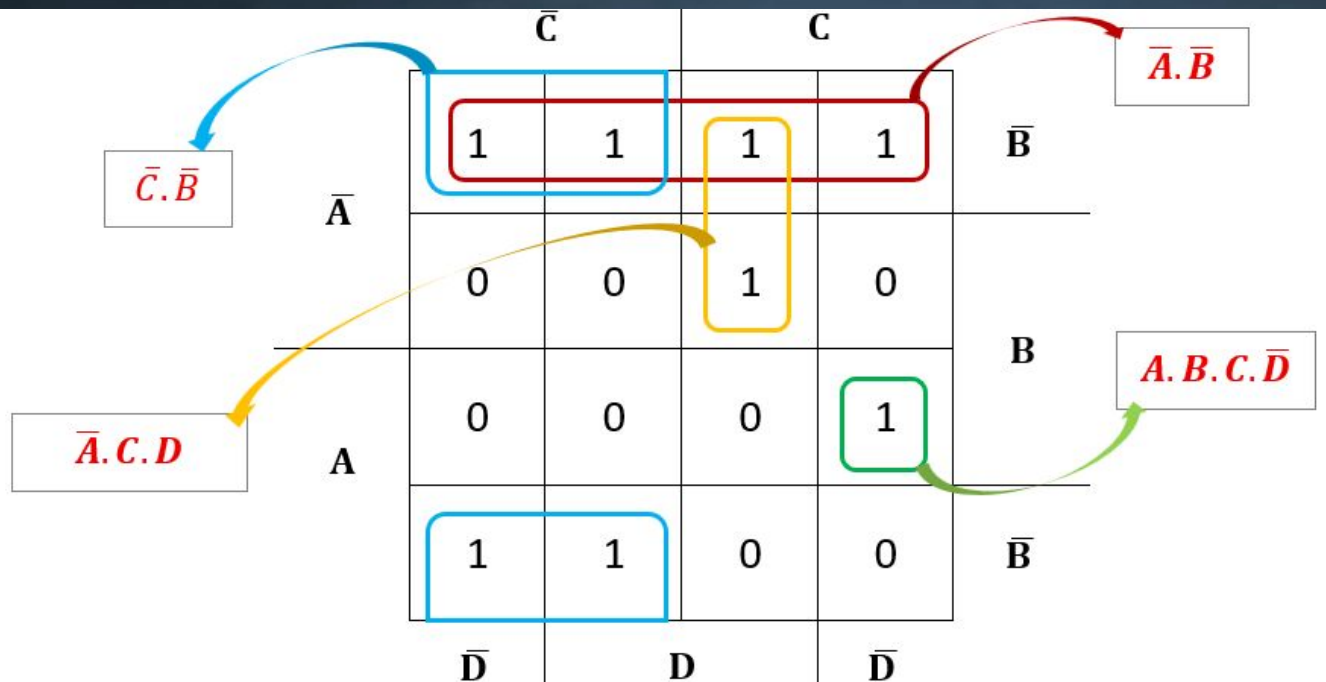
Atenção para os agrupamentos que estão “quebrados”, dispostos em áreas distintas no mapa (marcação azul ao lado, por exemplo).

Sempre busque distinguir claramente os grupamentos.

		$\bar{C}$		$C$		
$\bar{A}$		1	1	1	1	$\bar{B}$
		0	0	1	0	$B$
$A$		0	0	0	1	$B$
		1	1	0	0	$\bar{B}$
		$\bar{D}$	$D$	$\bar{D}$		

# MAPA DE KARNAUGH / 4 VARIÁVEIS

Terceiro passo: verificar a qual expressão de variáveis que corresponde a região demarcada, e realizar uma soma de todas essas expressões.



*Corrija sua apostila*

Portanto, a expressão simplificada é:  $S = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D}$

# MAPA DE KARNAUGH / RESUMO

Qtd. variáveis	Células no MK	Agrupamentos Possíveis	Variáveis na Expressão	Exemplo
2	4		2	A.B
			1	A
3	8		3	A.B.C
			2	A.B
			1	A
4	16		4	A.B.C.D
			3	A.B.C
			2	A.B
			1	A



*INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO*

---

***UD I - ÁLGEBRA BOOLEANA***  
***FORMAS NORMAIS***

## Derivação de Expressão Booleana

- Obtenção da expressão lógica, a partir da tabela-verdade.
- Havendo a tabela-verdade da expressão, é possível obter a expressão booleana.

## Forma Normal (FN)

- Forma padronizada de representar expressões booleanas.
- Quando a expressão é composta apenas pelos operadores **E**, **OU** e **NÃO**.

# FORMA NORMAL CONJUNTIVA (FNC)

- Também conhecida como produto de somas ou produto de Maxtermos.
- Uma expressão está na FNC, se:
  - Está na forma normal (apenas operadores E, OU e NÃO).
  - Não há dupla negação (deve-se aplicar a propriedade de identidade do complemento).
  - O operador de negação não incide indiretamente sobre uma variável (deve-se aplicar o teorema de De Morgan).
  - O operador OU não incide sobre o operador "E" (A "OU" (B "E" C), deve receber a propriedade distributiva da adição, ficando (A "OU" B) "E" (A "OU" C)).

# FORMA NORMAL CONJUNTIVA (FNC)

Linha	A	B	C	S
1	0	0	0	0
2	0	0	1	1
3	0	1	0	0
4	0	1	1	1
5	1	0	0	1
6	1	0	1	0
7	1	1	0	0
8	1	1	1	1

identificar as saídas que são 0 (zero)

Cada linha identificada gerará um maxtermo baseado na soma de todas as variáveis de entrada, negando aquelas com valor 1:

$$\text{Linha 1: } A + B + C$$

$$\text{Linha 3: } A + \bar{B} + C$$

$$\text{Linha 6: } \bar{A} + B + \bar{C}$$

$$\text{Linha 7: } \bar{A} + \bar{B} + C$$

Por fim, obter a FNC, realizando a multiplicação entre os maxtermos.

$$S = (A + B + C) \cdot (A + \bar{B} + C) \cdot (\bar{A} + B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C)$$


# FORMA NORMAL DISJUNTIVA (FND)

- Também conhecida como produto de somas ou produto de Maxtermos.
- Uma expressão está na FNC, se:
  - Está na forma normal (apenas operadores **E**, **OU** e **NÃO**).
  - Não há dupla negação (deve-se aplicar a propriedade de identidade do complemento).
  - O operador de negação não incide indiretamente sobre uma variável (deve-se aplicar o teorema de De Morgan).
  - O operador **E** não incide sobre o operador **OU**, ou seja,  $A \text{ E } (B \text{ OU } C)$ , deve receber a propriedade distributiva de multiplicação, ficando  $(A \text{ E } B) \text{ OU } (A \text{ E } C)$ .

# FORMA NORMAL DISJUNTIVA (FND)

Linha	A	B	C	S
1	0	0	0	0
2	0	0	1	1
3	0	1	0	0
4	0	1	1	1
5	1	0	0	1
6	1	0	1	0
7	1	1	0	0
8	1	1	1	1

identificar as saídas que são 1 (um)



Cada linha identificada gerará um mintermo baseado na multiplicação de todas as variáveis de entrada, negando aquelas com valor 0:

Linha 2:  $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$

Linha 4:  $\bar{A} \cdot B \cdot C$

Linha 5:  $A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$

Linha 8:  $A \cdot B \cdot C$

Por fim, obter a FNC, realizando a soma dos mintermos.

$$S = (A \cdot B \cdot \bar{C}) + (\bar{A} \cdot B \cdot C) + (A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}) + (A \cdot B \cdot C)$$

# ***SIMPLIFICANDO A FORMA NORMAL***

Após a obtenção da expressão booleana, a partir da sua tabela-verdade (FNC ou FND), é possível simplificá-la pela técnica de fatoração (utilizando postulados, propriedades e teoremas da Álgebra de Boole).

Entretanto, após simplificada, tal expressão deixará de estar na Forma Normal (FN).

# RELACIONANDO CONCEITOS

